

Liczby i wyrażenia algebraiczne

Zad.1 Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{3}$, oblicz $\frac{3b}{a+b}$.

Zad. 2 Znajdź wszystkie liczby całkowite m , dla których ułamek $\frac{m+7}{m+2}$ jest liczbą całkowitą.

Zad. 3 Która z liczb jest większa 2^{700} czy 5^{300} ?

Zad.4 Wiedząc, że $x + \frac{1}{x} = 5$ oblicz $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Zad.5 Zapisz w postaci potęgi: $2^{1994} + 4^{997} + 8^{665}$.

Zad.6 Uzasadnij, że liczba $16^5 + 2^{15}$ jest podzielna przez 33.

Zad. 7 Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $n^2 + n$ jest parzysta.

Zad. 8 Jeśli do liczby dwucyfrowej a dopiszemy na początku i na końcu cyfrę 1, to otrzymamy liczbę 101 razy większą. Zapisz odpowiednie równanie z niewiadomą a .

Zad. 9 Uzasadnij, że liczba $3^{n+2} + 3^n$ jest podzielna przez 10 dla każdej liczby naturalnej n .

Zad. 10 Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $3^{n+2} \cdot 2^{n+2} + 3^n \cdot 2^n$ jest wielokrotnością liczby 10.

Zad.11 Wykaż, że liczba $5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{1995} + 5^{1996}$ jest podzielna przez 30.

Zad.12 Udowodnij, że liczba $10^{11} + 10^{12} + 10^{13} + 10^{14}$ jest podzielna przez 101.

Zad.13 Uzasadnij, że liczba $16^5 + 2^{15}$ jest podzielna przez 33

Zad.14 Wykaż, że wyrażenie: $\frac{6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{98} + 6^{99} + 6^{100}}{1 + 2 + 4}$ jest liczbą całkowitą

Zad.15 Czy liczba $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ dla $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$ jest podzielna przez 14

Zad. 16 Reszta z dzielenia liczby a przez 5 jest równa 1, reszta z dzielenia liczby b przez 5 jest równa 2. Oblicz resztę z dzielenia liczby $a^2 + b^2$ przez 5.

Zad. 17 Oblicz:

- $45^2(0,2 \cdot 3^{-4} - 3^4 \cdot 15^{-2}) =$
- $9^{10}(10^{12} \cdot 2^{-4} - 20^{12} \cdot 4^{-8}) =$
- $(6^4 \cdot 8^2 - 4 \cdot 12^4) : 5^{-7} =$
- $12^8 \cdot 9^{12} - 18^{16}$

Zad. 18 Oblicz:

- $\sqrt{102 + \sqrt{361}} - \sqrt{97 - \sqrt{256}}$
- $\sqrt{333^2 + 444^2}$
- $\sqrt{113^2 - 112^2} + \sqrt{9 \cdot 169 + 16 \cdot 169} =$
- $\sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{2})$